



# Etude numérique du transfert de chaleur et de masse entre deux plaques planes verticales en présence d'un film de liquide binaire ruisselant sur l'une des plaques chauffée

A. Ali Cherif, A. Daïf\*

Laboratoire de Mécanique, d'Acoustique et d'Instrumentation, UPRES EA 1945, Université de Perpignan,  
52, Avenue de Villeneuve, 66860 Perpignan-Cedex, France

Reçu 7 janvier 1997; sous forme finale 1 septembre 1998

---

## Résumé

Nous considérons un film liquide de mélange binaire mince ruisselant sur la face interne de l'une des deux plaques planes et parallèles. Le film en évaporation en présence d'un écoulement co-courant d'air est soumis à une densité surfacique de flux thermique constante et uniforme à travers la plaque mouillée. On étudie les transferts de chaleur et de masse dans cette configuration en résolvant les équations couplées dans le liquide et le gaz. Les simulations présentées concernent deux plaques verticales dont la plaque sèche est adiabatique et deux mélanges binaires. Nous montrons l'importance de la prise en compte de l'épaisseur du film ainsi que celle de la composition du mélange sur les transferts. Si les résultats obtenus pour le mélange éthanol-eau sont prévisibles, il n'en est pas de même pour le mélange eau-éthylène glycol. © 1999 Published by Elsevier Science Ltd. All rights reserved.

*Mots-clés:* Evaporation; Convection mixte; Film mince; Mélange binaire

Numerical study of heat and mass transfer in mixed convection inside a vertical channel with a binary liquid film streaming in one of its heated walls

## Abstract

We consider a thin binary liquid film streaming on the internal face of one of the two parallel plates. The wet plate is submitted to a constant and uniform thermal flow while the second is adiabatic. The presented simulations concern a vertical channel whose dry wall is adiabatic and two binary mixtures: ethanol–water and ethylene glycol–water. We show the film thickness importance and mixture composition in the mass and thermal transfers. For the ethanol–water liquid mixture, the results seem to be foreseeable while it is different for the second mixture (ethylene glycol–water). We show, for example, that for a particular ethylene glycol–water mixture concentration at the canal entry, it is possible to evaporate in the same conditions more water than if the film at the entry was pure water only. © 1999 Published by Elsevier Science Ltd. All rights reserved.

*Key words:* Evaporation; Mixed convection; Thin film; Binary mixture

---

## Nomenclature

$c_i$  fraction massique adimensionnelle,  $(c_i^* - c_{i,0}^*)\lambda_{g,0}^* \beta_{M,i}^* / e^*(q_1^* + q_2^*)\beta_i^*$

$cp$  capacité calorifique massique à pression constante

$D$  coefficient de diffusion massique

$e^*$  distance entre les deux plaques planes [m]

$E_i$  nombre adimensionnel,  $e^*(q_1^* + q_2^*)\beta_i^* \lambda_{g,0}^* \beta_{M,i}^*$

$Fr$  nombre de Froude,  $u_0^{*2} / e^* g^*$

$g^*$  accélération de la pesanteur [ $m\ s^{-2}$ ]

$Gr_{M,i}^*$  nombre de Grashof massique,  $g^* \beta_{M,i}^* (c_{i,1}^* - c_{i,0}^*) e^{*3} / \nu_{g,0}^{*2}$

\* Auteur à qui toute correspondance doit être adressée.  
Tel.: 00 33 4 6866 2075; fax: 00 33 4 6866 2071; e-mail: daif@univ-perp.fr

$Gr_T$  nombre de Grashof thermique,  $g^*e^{*4}(q_1^*+q_2^*)\beta_T^*/\lambda_{g,0}^*v_{g,0}^{*2}$   
 $h_i^*$  chaleur latente d'évaporation de l'espèce d'indice  $i$  [kJ kg<sup>-1</sup>]  
 $h$  chaleur latente d'évaporation adimensionnelle,  $\rho_g^*u_0^*h^*/Re_g(q_1^*+q_2^*)$   
 $Ka$  nombre de Kapitza,  $\mu_1^{*4}g/\rho_1^*\sigma^{*3}$   
 $\dot{m}$  débit massique évaporé adimensionnel,  $\dot{m}^*Re_g/\rho_{g,0}^*u_0^*$   
 $M_i^*$  masse molaire de l'espèce  $i$  [kg mol<sup>-1</sup>]  
 $Mr$  taux d'évaporation total cumulé, équation (34)  
 $Mr_e$  taux d'évaporation total cumulé en eau, équation (35)  
 $Nu_{lat}$  nombre de Nusselt latent,  $2\dot{m}h/(T_s-T_m)$   
 $Nu_s$  nombre de Nusselt sensible,  $-2\partial T_g/\partial \eta_g/(T_s-T_m)$   
 $Nu_x$  nombre de Nusselt local,  $Nu_{lat}+Nu_s$   
 $p$  pression adimensionnelle,  $(p^*-p_0^*)/\rho_{g,0}^*u_0^{*2}$   
 $Pr_g$  nombre de Prandtl dans le gaz,  $\mu_{g,0}c_{p,g,0}/\lambda_{g,0}$   
 $Pr_l$  nombre de Prandtl dans le liquide,  $\mu_{l,0}c_{p,l,0}/\lambda_{l,0}$   
 $Pe_l$  nombre de Peclet,  $Re_lPr_l$   
 $q_1^*$  densité surfacique de flux de chaleur imposée sur la plaque 1 [w m<sup>-2</sup>]  
 $q_2^*$  densité surfacique de flux de chaleur imposée sur la plaque 2 [w m<sup>-2</sup>]  
 $Q$  densité surfacique de flux de chaleur adimensionnelle,  $(q_1^*-q_2^*)/(q_1^*+q_2^*)$   
 $Re$  nombre de Reynolds basé sur le diamètre hydraulique,  $2u_0^*e^*/v_{g,0}^*$   
 $Re_c$  nombre de Reynolds liquide critique,  $2,43(Ka)^{-1/11}$   
 $Re_g$  nombre de Reynolds dans le gaz,  $u_0^*e^*/v_{g,0}^*$   
 $Re_l$  nombre de Reynolds dans le liquide,  $4\Gamma_0^*/\mu_{l,0}^*$   
 $Sc_{g,0}$  nombre de Schmidt dans le gaz,  $v_{g,0}^*/D_{g,c-a,0}^*$   
 $Sc_l$  nombre de Schmidt dans le liquide,  $v_{l,0}^*/D_{l,12,0}^*$   
 $T$  température adimensionnelle,  $\lambda_{g,0}^*(T^*-T_{g,0}^*)/e^*(q_1^*+q_2^*)$   
 $T_m$  température moyenne adimensionnelle  
 $u$  composante adimensionnelle de la vitesse longitudinale,  $u^*/u_0^*$   
 $v$  composante adimensionnelle de la vitesse transversale,  $v^*Re_g/u_0^*$   
 $V_g$  vitesse définie par l'équation (7)  
 $V_l$  vitesse définie par l'équation (12)  
 $x$  coordonnée longitudinale adimensionnelle,  $x^*/e^*Re_g$   
 $X_i$  fraction molaire de l'espèce  $i$   
 $y$  coordonnée transversale adimensionnelle,  $y^*/e^*$   
 $Y$  fraction massique de l'espèce  $i$ .

#### Symboles grecs

$\beta_{M,i}^*$  coefficient d'expansion massique du fluide,  $M_a^*/M_i^*-1$   
 $\beta_T^*$  coefficient d'expansion thermique du fluide,  $1/T_{g,0}^*$  [K<sup>-1</sup>]  
 $\Gamma_0$  débit adimensionnel du film liquide à l'entrée des deux plaques planes,  $\Gamma_0^*/\rho_{g,0}^*u_0^*e^*$   
 $\delta$  épaisseur adimensionnelle du film liquide,  $\delta^*/e^*$   
 $\delta_T$  épaisseur de la couche limite thermique dans le gaz  
 $\eta_g$  coordonnée transversale dans le gaz après le changement de variable,  $(y-\delta)/(1-\delta)$

$\eta_l$  coordonnée transversale dans le liquide après le changement de variable,  $(y-\delta)/\delta$   
 $\lambda$  conductivité adimensionnelle  
 $\mu$  viscosité dynamique adimensionnelle  
 $\nu$  viscosité cinématique adimensionnelle  
 $\rho$  masse volumique adimensionnelle  
 $\sigma$  tension superficielle [N m<sup>-1</sup>].

#### Indices

$a$  air sec  
 $e$  eau  
 $g$  phase gazeuse  
 $i$  espèce  $i$   
 $is$  espèce  $i$  à l'interface liquide-gaz  
 $im$  espèce  $i$  dans le mélange  
 $am$  air dans le mélange  
 $l$  phase liquide  
 $m$  mélange  
 $r$  conditions de référence (pression atmosphérique et température du liquide à l'entrée)  
 $s$  interface liquide-gaz  
 $vs$  vapeur saturée  
 $0$  entrée des deux plaques planes  
 $1$  eau  
 $2$  second constituant (éthanol ou éthylène glycol)  
 $12$  eau dans le second constituant.

#### Exposant

\* grandeurs dimensionnelles.

## 1. Introduction

L'évaporation d'un film mince de liquide multicomposant sur une paroi solide chauffée est une technique répandue dans de nombreux secteurs industriels. Dans l'agro-alimentaire ou la chimie lourde par exemple, cette technique intervient dans les procédés de production de concentrés de solutions diluées. Il s'agit souvent de traiter des liquides binaires composés d'eau et d'un autre liquide. Le contrôle de la concentration de ces solutions diluées à la sortie des évaporateurs passe par la connaissance précise du transfert de chaleur entre la paroi et le liquide d'une part et les transferts de chaleur et de masse entre le liquide et le gaz d'autre part.

La majeure partie des travaux publiés concernant l'évaporation d'un film liquide mince à un seul constituant, par exemple [1–10]. Les résultats exposés et analysés sont numériques [2, 5–10], expérimentaux [1, 4] ou une confrontation des deux approches [3]. Dans les articles [2–10], les auteurs traitent plusieurs cas de figure: transferts en convection naturelle ou mixte entre deux plaques planes avec température ou densité surfacique de flux de chaleur maintenue constante à la paroi [2, 5–7]; transferts en convection mixte, naturelle ou forcée pure sur une plaque verticale ou inclinée [3, 8, 9]; transferts en convec-

tion mixte sur une paroi à symétrie de révolution [10]. Dans toutes ces études, les auteurs considèrent que le film liquide s'écoule en régime laminaire et sans onde en choisissant de travailler dans un domaine où le nombre de Reynolds du liquide est faible. L'étude expérimentale présentée par Chun et Seban [1] traite quant à elle, du transfert de chaleur entre un film d'eau et une paroi verticale. Les conditions expérimentales permettent d'envisager les deux régimes d'écoulement du film (laminaire et turbulent) et d'établir des corrélations donnant le coefficient de transfert de chaleur entre la paroi et le liquide.

Malgré l'importance et l'utilisation courante des films liquides binaires voire ternaires, encore peu de travaux leur sont consacrés. Cela est dû essentiellement à la difficulté du problème posé. Quelques auteurs procèdent sur le plan théorique à des études en faisant des hypothèses simplificatrices. Parmi ceux-ci on peut citer: Baumann et Thiele [11] qui supposent que l'épaisseur du film liquide est négligeable ainsi que les variations des propriétés physiques. Palen et al. [12] considèrent que la température du liquide et du gaz correspond à la température de saturation, d'où une réduction du nombre d'équations à résoudre et une simplification du bilan thermique à l'interface du liquide avec le gaz. De plus, en négligeant la vitesse d'évaporation, ces derniers auteurs calculent analytiquement les nombres de Sherwood et de Nusselt locaux. Récemment, Palen et al. [13] ont étudié expérimentalement l'évaporation d'un mélange liquide d'eau et d'éthylène glycol à l'intérieur d'un tube de section circulaire vertical. Ils ont observé que pour certaines conditions expérimentales, le coefficient de transfert de chaleur local entre la paroi et le mélange liquide peut chuter de 80% par rapport à la valeur relative à l'eau pure, valeur qui est aussi inférieure à celle obtenue avec de l'éthylène glycol pur dans les mêmes conditions.

L'objet du présent travail est d'étudier, en faisant un nombre minimum d'hypothèses le transfert de chaleur et de masse en convection mixte entre deux plaques planes et verticales dont l'une est mouillée par le ruissellement d'un film liquide de mélange binaire. La plaque mouillée est soumise à une densité surfacique de flux de chaleur constante  $q_1^*$ , l'autre à une densité  $q_2^*$  qui peut être nulle (paroi adiabatique). La méthode de résolution et les changements de variables choisis doivent permettre une localisation précise de l'interface entre le liquide et le gaz ainsi qu'une étude paramétrique fonction essentiellement de la composition du film. En outre, l'influence de la prise en compte de la présence et de l'épaisseur du film liquide sur les résultats doit être étudiée.

## 2. Mise en forme du problème et équations adimensionnalisées

Considérons un film liquide binaire mince ruisselant sur la face interne de l'une des deux plaques planes verti-

cales et parallèles. La plaque mouillée est soumise à une densité surfacique de flux thermique constante et uniforme  $q_1^*$  tandis que la deuxième est soumise à  $q_2^*$  également constante. La distance entre les deux plaques est  $e^*$ . On superpose aux deux convections naturelles thermique et massique une convection forcée, avec une vitesse constante et uniforme du gaz à l'entrée supérieure des deux plaques planes.

Choisissons un repère d'axes orthogonaux comme indiqué sur la Fig. 1(a) et posons en plus des hypothèses de la couche limite les simplifications suivantes: le régime est laminaire et permanent; l'écoulement du liquide est supposé sans onde, cette hypothèse est basée sur la valeur du nombre de Reynolds dans le liquide qui est, dans tous les cas traités dans ce travail, inférieur au nombre de Reynolds critique ( $Re_c$ ) traduisant le passage d'un régime laminaire sans onde à un régime laminaire avec ondes [14]; le mélange liquide est idéal; les deux phases liquide et gazeuse sont en équilibre thermodynamique; l'air n'est pas soluble dans le liquide à l'interface; la dissipation d'énergie par viscosité et les transferts par rayonnement sont négligeables; les effets Soret et Dufour sont négligeables ainsi que la diffusion de la pression.

En plus de ces hypothèses nous utilisons les grandeurs adimensionnelles suivantes:

$$\begin{aligned} x &= \frac{x^*}{e^* Re_g} & y &= \frac{y^*}{e^*} & \delta &= \frac{\delta^*}{e^*} & u &= \frac{u^*}{u_0^*} \\ v &= \frac{Re_g v^*}{u_0^*} & T &= \frac{\lambda_{g,o}^* (T^* - T_{g,o}^*)}{e^* (q_1^* + q_2^*)} \\ c_i &= \frac{\lambda_{g,o}^* \beta_{M,i}^* (c_i^* - c_{i,0}^*)}{e^* \beta_i^* (q_1^* + q_2^*)} & p &= \frac{p^* - P_0^*}{\rho_{g,o}^* u_0^{*2}} \end{aligned} \quad (1)$$

Pour localiser avec précision l'interface entre le liquide et le gaz, nous faisons les changements de variables adimensionnelles suivants (Fig. 1(b)):

dans le liquide:

$$\eta_l = \frac{y - \delta}{\delta} \quad (2a)$$

et dans le gaz:

$$\eta_g = \frac{y - \delta}{1 - \delta} \quad (2b)$$

Finalement, les équations adimensionnelles des transferts dans les deux phases liquide et gazeuse, les conditions aux limites associées ainsi que les grandeurs dimensionnelles et adimensionnelles qui caractérisent ces transferts s'écrivent.

### 2.1. Equations dans le film liquide

équation de continuité

$$\delta \frac{\partial(\rho_l u_l)}{\partial x} - \frac{d\delta}{dx} (1 + \eta_l) \frac{\partial(\rho_l u_l)}{\partial \eta_l} + \frac{\partial(\rho_l v_l)}{\partial \eta_l} = 0 \quad (3)$$

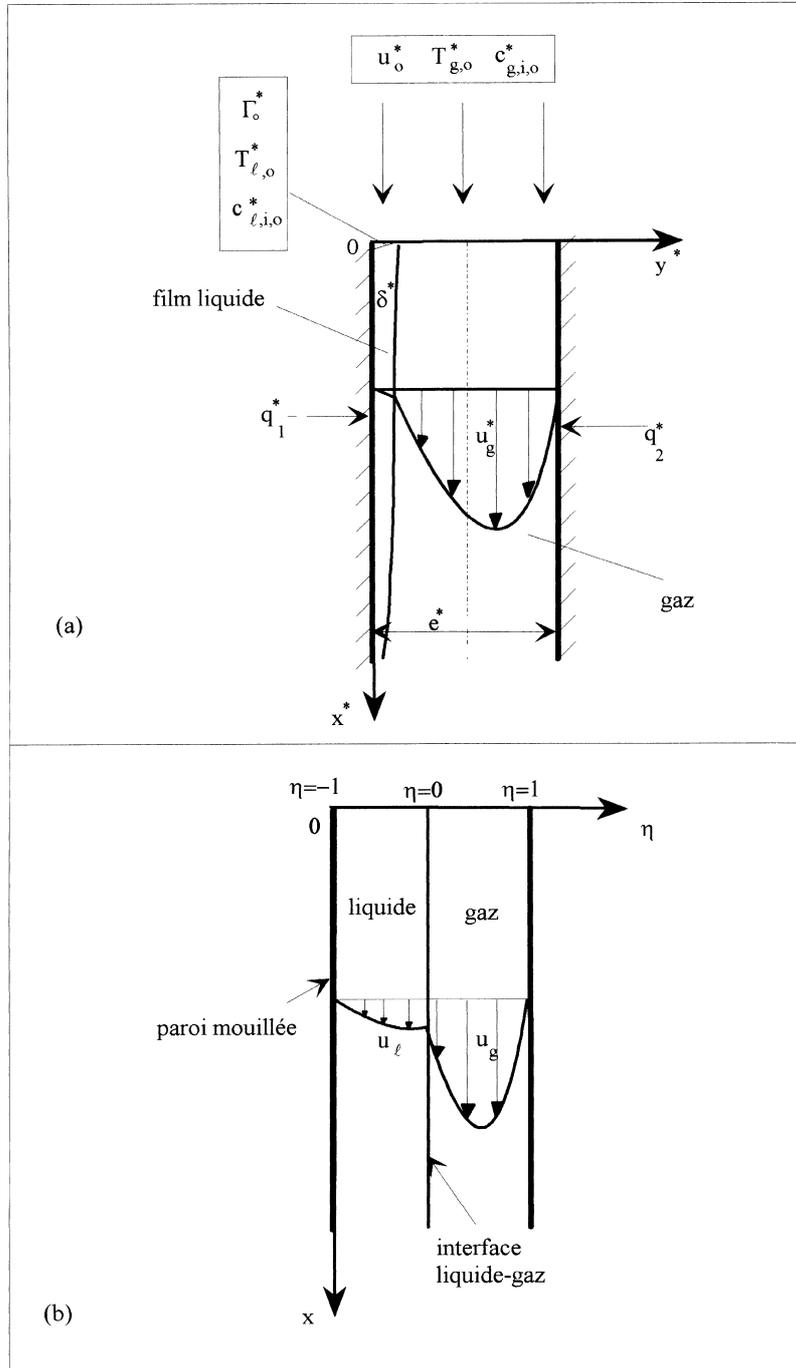


Fig. 1. Représentation schématique: (a) domaine physique; (b) domaine d'intégration.

équation du mouvement

$$\rho_1 u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + \rho_1 V_1 \frac{\partial u_1}{\partial \eta_1} = \frac{1}{\delta^2} \frac{\partial}{\partial \eta_1} \left( \mu_1 \frac{\partial u_1}{\partial \eta_1} \right) - \frac{dp}{dx} + \frac{Re_g}{Fr} \rho_1 \quad (4)$$

équation de transfert de chaleur

$$\rho_1 c_p u_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} + \rho_1 c_p V_1 \frac{\partial T_1}{\partial \eta_1} = \frac{1}{Pr_g \delta^2} \frac{\partial}{\partial \eta_1} \left( \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial \eta_1} \right) + \rho_1 D_{1,12} \frac{(c_{p,1} - c_{p,2})}{Sc_0} E_1 \frac{\partial c_{1,1}}{\partial \eta_1} \frac{\partial T_1}{\partial \eta_1} \quad (5)$$

équations de transfert de masse

$$\rho_1 u_1 \frac{\partial c_{1,i}}{\partial x} + \rho_1 V_1 \frac{\partial c_{1,i}}{\partial \eta_1} = \frac{1}{Sc_0 \delta^2} \frac{\partial}{\partial \eta_1} \left( \rho_1 D_{1,12} \frac{\partial c_{1,i}}{\partial \eta_1} \right) \quad (i = 1, 2) \quad (6)$$

avec:

$$V_1 = \frac{v_1 - \frac{d\delta}{dx}(1 + \eta_1)u_1}{\delta} \quad (7)$$

### 2.2. Equations dans l'écoulement gazeux

équation de continuité

$$(1 - \delta) \frac{\partial(\rho_g u_g)}{\partial x} - \frac{d\delta}{dx}(1 - \eta_g) \frac{\partial(\rho_g u_g)}{\partial \eta_g} + \frac{\partial(\rho_g v_g)}{\partial \eta_g} = 0 \quad (8)$$

équation de mouvement

$$\rho_g u_g \frac{\partial u_g}{\partial x} + \rho_g V_g \frac{\partial u_g}{\partial \eta_g} = \frac{1}{(1 - \delta)^2} \frac{\partial}{\partial \eta_g} \left( \mu_g \frac{\partial u_g}{\partial \eta_g} \right) - \frac{dp}{dx} - \frac{Gr_T}{Re_g} \left( \sum_{i=1}^2 c_{g,i} + T \right) \rho_g \quad (9)$$

équation de transfert de chaleur

$$\rho_g c_p u_g \frac{\partial T_g}{\partial x} + \rho_g c_p V_g \frac{\partial T_g}{\partial \eta_g} = \frac{1}{Pr_g (1 - \delta)^2} \frac{\partial}{\partial \eta_g} \left( \lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial \eta_g} \right) + \sum_{i=1}^2 \frac{\rho_g E_i}{Sc_0 (1 - \delta)^2} (D_{g,im} c_{p,i} - D_{g,am} c_{p,a}) \frac{\partial T}{\partial \eta_g} \frac{\partial c_i}{\partial \eta_g} \quad (10)$$

équations de transfert de masse

$$\rho_g u_g \frac{\partial c_{g,i}}{\partial x} + \rho_g V_g \frac{\partial c_{g,i}}{\partial \eta_g} = \frac{1}{Sc_0 (1 - \delta)^2} \frac{\partial}{\partial \eta_g} \left( \rho_g D_{g,im} \frac{\partial c_{g,i}}{\partial \eta_g} \right) \quad (i = 1, 2) \quad (11)$$

où  $V_g$  vaut:

$$V_g = \frac{v_g - \frac{d\delta}{dx}(1 - \eta_g)u_g}{1 - \delta} \quad (12)$$

### 2.3. Equations de conservation de la masse

Les équations de conservation de la masse dans le liquide et dans le gaz ont pour expressions:

$$\Gamma_0 = \int_{-1}^0 \rho_1 u_1 \delta d\eta_1 - \int_0^x \dot{m} dx \quad (13)$$

$$(1 - \delta_0) = \int_0^1 \rho_g u_g (1 - \delta) d\eta_g + \int_0^x \dot{m} dx. \quad (14)$$

### 2.4. Conditions aux limites

#### 2.4.1. Conditions à l'entrée ( $x = 0$ )

A l'entrée du canal formé par les deux plaques planes, la vitesse du gaz est constante, uniforme et égale à  $u_0^*$  et la pression égale à la pression atmosphérique:

$$u_0 = 1 \quad (15)$$

$$p = 0. \quad (16)$$

Pour le film liquide on néglige les termes convectifs et de pression ce qui permet une résolution analytique de l'équation du mouvement. D'où:

$$u_l = -0.5\delta^2 \frac{Re_g}{v_l Fr} (\eta_l^2 - 1). \quad (17)$$

En supposant que la vitesse d'évaporation est négligeable et en écrivant l'équation de conservation du débit massique, l'épaisseur du film liquide a pour expression:

$$\delta_0 = \left[ \frac{3v_l \Gamma_0 Fr}{\rho_l Re_g} \right]^{1/3}. \quad (18)$$

La température et la composition du mélange sont quant à elles constantes:

$$T_1 = 0; \quad c_{1,i} = 0. \quad (19)$$

#### 2.4.2. Conditions à l'interface paroi-liquide ( $\eta_l = -1$ )

$$u_l = 0; \quad v_l = 0 \quad (20)$$

$$-\frac{Q+1}{2} = \frac{\lambda_l}{\delta} \frac{\partial T_1}{\partial \eta_1}, \quad \frac{\partial c_{1,i}}{\partial \eta_1} = 0. \quad (21)$$

#### 2.4.3. Conditions à l'interface liquide-gaz ( $\eta_l = \eta_g = 0$ )

$$u_g = u_l; \quad T_l = T_g \quad (22)$$

$$\frac{\mu_l}{\delta} \frac{\partial u_l}{\partial \eta_1} = \frac{\mu_g}{1 - \delta} \frac{\partial u_g}{\partial \eta_g} \quad (23)$$

$$\frac{\lambda_l}{\delta} \frac{\partial T_l}{\partial \eta_1} = \frac{\lambda_g}{1 - \delta} \frac{\partial T_g}{\partial \eta_g} - \dot{m}h \quad (24)$$

$$\dot{m} = - \frac{\rho_g \sum_{i=1}^2 D_{im} E_i \frac{\partial c_i}{\partial \eta_g}}{Sc_0 (1 - \delta) \left( 1 - \sum_{i=1}^2 c_{i,g,s}^* \right)} \quad (25)$$

$$\dot{m}_i = \dot{m}c_{i,s}^* - \frac{\rho_l D_{l,12} E_i}{Sc_0 \delta} \frac{\partial c_{l,i}}{\partial \eta_l} = \dot{m}c_{g,i,s}^* - \frac{\rho_g D_{g,im} E_i}{Sc_0 (1-\delta)} \frac{\partial c_{g,i}}{\partial \eta_g} \quad (26)$$

#### 2.4.4. Conditions à l'interface gaz-paroi ( $\eta_g = 1$ )

$$u_g = 0; \quad \frac{\partial T_g}{\partial \eta_g} = 0; \quad \frac{\partial c_{g,i}}{\partial \eta_g} = 0; \quad v_g = 0. \quad (27)$$

### 3. Propriétés thermophysiques utilisées

Les propriétés thermophysiques dans le mélange liquide à deux constituants et dans le mélange gazeux à trois constituants dépendent de la température et des concentrations. Pour les corps purs, liquides et gazeux, ces propriétés sont tirées de [3, 14]. Les lois de Wilke sont utilisées pour le calcul des propriétés des mélanges gazeux alors que pour le liquide on utilise les lois données dans [14]. Le coefficient de diffusion liquide est obtenu par la corrélation de Wilke et Chang [15] associée à celle de Vignes [16] qui tient compte de la composition du liquide. Pour l'équilibre liquide gaz, nous utilisons le loi de Raoult où la concentration massique gazeuse du constituant 1 à l'interface liquide-gaz est donnée par la relation suivante:

$$c_{1,g,s}^* = \frac{p_{vs,1}^*}{p_{vs,1}^* + p_{vs,2}^* \frac{M_2^*}{M_1^*} + (P^* - p_{vs,1}^* - p_{vs,2}^*) \frac{M_a^*}{M_1^*}} \quad (28)$$

Le même relation est utilisée pour le deuxième constituant. La chaleur latente d'évaporation dans le cas du mélange est calculée à partir de l'expression suivante:

$$h^* = X_1 h_1^* + X_2 h_2^*. \quad (29)$$

Les formules utilisées dans ce travail pour calculer les propriétés thermophysiques du liquide binaire sont données en le Tableau 1.

Tableau 1

Propriétés du liquide	Liquide binaire
Densité	$\rho_l^* = \sum_{i=1}^2 c_{li}^* \rho_{li}^*$
Conductivité thermique	$\lambda_l^* = \sum_{i=1}^2 c_{li}^* \lambda_{li}^*$
Capacité calorifique	$cp_l^* = \sum_{i=1}^2 c_{li}^* cp_{li}^*$
Viscosité dynamique	$\mu_l^* = \left[ \sum_{i=1}^2 X_{1,i} (\mu_{1,i}^*)^{1/3} \right]^3$
Coefficient de diffusion massique	$D_{1,12}^* = D_{1,12}^{*,X^*} D_{1,21}^{*,X^*}$

### 4. Methode de resolution

Les équations dans le liquide (3)–(6) et dans le gaz (8)–(11) ainsi que les conditions aux limites (15)–(17) qui leur sont associées sont discrétisées à l'aide d'une méthode aux différences finies implicite. Les dérivées premières sont approchées par des différences vers l'avant suivant  $x$  et par des différences centrées suivant  $\eta$ . Cette discrétisation permet d'écrire ces équations sous la forme de systèmes linéaires de  $n$  équations à  $n$  inconnues, sauf pour l'équation du mouvement où l'on a  $n$  équations et  $n+1$  inconnues (le profil des vitesses et la pression statique). L'écriture de ces systèmes sous forme matricielle donne pour l'équation de transfert de chaleur couplée (liquide-gaz) et les équations de transfert de masse (dans le gaz et dans le liquide) des matrices de coefficients tridiagonales que l'on peut résoudre en utilisant la méthode de Thomas. Les coefficients de l'équation du transfert de mouvement couplée (liquide-gaz) et associée aux équations du bilan massique discrétisées en utilisant la méthode des trapèzes (d'où  $n+1$  équations) s'écrivent sous forme matricielle. Dans ce cas on utilise l'algorithme de Gauss. Les étapes essentielles du calcul sont les suivantes:

- (1) A l'entrée du système, l'épaisseur du liquide et le profil des vitesses dans cette phase sont calculés en négligeant les termes convectifs dans l'équation du mouvement;
- (2) on donne une température et une concentration massique de chaque composant liquide à l'interface liquide-gaz ainsi que l'épaisseur du film liquide et la pression à partir du deuxième pas de calcul (conditions aux limites ou valeurs calculées à l'étape précédente) et on procède par itérations successives;
- (3) on impose les profils des vitesses, des températures ainsi que ceux des concentrations liquides et gazeuses obtenus lors de l'étape précédente du calcul;
- (4) résolution des équations de transfert de masse dans le liquide et dans le gaz, de l'équation de transfert de chaleur couplée (liquide-gaz) et de l'équation de transfert de mouvement couplée (liquide-gaz) associée aux équations du bilan massique dans chaque phase;
- (5) utilisation des bilans massiques liquide et gazeux, pour calculer l'épaisseur  $\delta^{(k)}$  du film liquide à l'itération  $k$  au point de calcul considéré et passage aux tests suivants. Si les conditions:

$$\left| \Gamma_0 - \left[ \int_{-1}^0 \rho_l u_l \delta d\eta_l - \int_0^x \dot{m} dx \right] \right| / \Gamma_0 \leq 10^{-4} \quad (30)$$

$$\left| (1 - \delta_0) - \left[ \int_0^1 \rho_g u_g (1 - \delta) d\eta_g + \int_0^x \dot{m} dx \right] \right| / (1 - \delta_0) \leq 10^{-4} \quad (31)$$

ne sont pas vérifiées, on revient à l'étape deux (itéra-

tion  $k+1$ ) en modifiant la valeur de l'épaisseur  $((\delta^k + \delta^{k-1})/2)$  sinon, on passe à l'étape suivante;

- (6) résolution de l'équation de continuité (calcul de  $V$ );  
 (7) vérification de la convergence sur les vitesses, les températures et les concentrations massiques liquides et gazeuses. Si le test suivant:

$$|\psi_{i,j}^k - \psi_{i,j}^{k-1}|_{\max} / |\psi_{i,j}^k|_{\max} \leq 10^{-4} \quad (32)$$

( $\psi$  représente ici  $u$ ,  $T$  et  $c_i$ ), n'est pas vérifié, on revient à l'étape trois (en utilisant un coefficient de sous relaxation de valeur 0,5) sinon, on passe à l'étape suivante;

- (8) comparaison de la température d'interface déduite de l'étape quatre avec celle donnée ou trouvée à l'itération  $(k-1)$ , si la variation relative de cette température est inférieure à  $10^{-4}$  ( $|1 - (T^{k-1}/T^k)| \leq 10^{-4}$ ), on passe à l'étape suivante, sinon on corrige cette température  $((T^k - T^{k-1})/2)$  et on revient à l'étape deux;  
 (9) comparaison du débit évaporé calculé à partir du liquide et du gaz. Si le test suivant:

$$\left| 1 - \frac{m_{l,i}}{m_{g,i}} \right| \leq 10^{-4} \quad (33)$$

n'est pas vérifié, on revient à l'étape deux (correction de la fraction massique liquide  $c_{l,i,s}$  à l'interface) sinon, on passe à l'étape suivante;

- (10) comparaison de la pression calculée à partir de l'équation du mouvement avec celle donnée à l'étape deux ou trouvée à l'itération  $(k-1)$ , si le test suivant:  $|1 - (P^k/P^{k-1})| \leq 10^{-4}$  est vérifié on passe à l'étape suivante, sinon on revient à l'étape deux en modifiant la valeur de la pression;  
 (11) passage à la section de calcul suivante;  
 (12) arrêt du calcul à la sortie du canal formé par les deux plaques planes.

Le Tableau 2 donne pour un nombre fixé de sections de calcul suivant la direction longitudinale, les variations du nombre de Nusselt local calculé  $Nu_x$  en fonction du nombre de points choisis suivant la direction transversale [dans le liquide ( $J$ ) et le gaz ( $K$ )] et suivant la direction longitudinale ( $I$ ). Pour l'ensemble des sections présentées,

les variations relatives du nombre de Nusselt sont dans tous les cas inférieures à 3%. Ces résultats sont obtenus pour:  $Re_g = 1000$  ( $Re = 2000$ : nombre de Reynolds basé sur le diamètre hydraulique),  $\Gamma_0^* = 0,02 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ ,  $e^* = 0,015 \text{ m}$ ,  $q_1^* = 3000 \text{ W m}^{-2}$ ,  $q_2^* = 0$ ,  $\theta = 90^\circ$ ,  $T_{g,0}^* = 20^\circ\text{C}$  et avec un mélange liquide de 50% en eau et 50% en éthanol s'évaporant dans de l'air sec. La longueur des deux plaques est de 1 m. Nous pouvons noter que les écarts maxima sont atteints à l'entrée. A partir de  $x^* = 0,6 \text{ m}$ , l'écart est inférieur à 1%.

Pour les comparaisons entre le modèle présenté et le même modèle en négligeant la présence du film (modèle simplifié), on utilise un maillage à pas variable permettant un calcul plus précis près de la paroi. Cela est nécessaire du fait du gradient de température fort rencontré quand  $q_1^*$  est grande. Dans ce cas la progression du pas est géométrique de raison 1,01.

## 5. Résultats et discussions

### 5.1. Conditions et paramètres de simulation

Les mélanges liquides choisis pour former les films en évaporation dans de l'air sont: l'eau et l'éthanol et l'eau et l'éthylène glycol. Les températures du liquide et de l'air considéré comme sec sont identiques et égales à  $20^\circ\text{C}$  à l'entrée des deux plaques planes. La densité surfacique de flux de chaleur imposée à la paroi mouillée est de  $3000 \text{ W m}^{-2}$ . L'autre paroi est adiabatique et les deux plaques sont verticales de hauteur 1 m. Le nombre de Reynolds de l'écoulement gazeux est  $Re_g = 1000$ . Le débit initial du liquide  $\Gamma_0^*$  et l'épaisseur  $e^*$  entre les deux plaques planes sont respectivement égaux à  $0,02 \text{ kg s}^{-1} \text{ m}^{-1}$  et à  $0,015 \text{ m}$ . Les nombres adimensionnels qui caractérisent les transferts de chaleur et de masse sont donnés sur le Tableau 3. En dehors des conditions standard énoncées, les autres paramètres de calcul ou les autres conditions de simulation sont directement indiquées sur les figures.

### 5.2. Calage du programme de calcul

Pour valider les résultats du code de calcul, nous procédons à une comparaison, dans le cas du liquide à un seul

Tableau 2  
Influence du maillage sur la valeur du nombre de Nusselt local

$x^*$ (m)	$I \times J \times K$				
	$101 \times 121 \times 41$	$101 \times 61 \times 21$	$101 \times 31 \times 11$	$201 \times 21 \times 61$	$51 \times 21 \times 61$
0,2	117,6	118,4	120,99	119,09	117,68
0,4	76,96	77,33	78,54	77,51	77,08
0,6	68,87	69,134	69,92	69,22	68,99
0,8	67,7	67,93	68,5	67,98	67,85
1	68,83	69,08	69,52	69,16	68,94

Tableau 3  
Nombres caractéristiques de l'écoulement et des transferts

	Ethanol	Eau	Ethylène glycol	Eau-éthanol	Eau-éthylène glycol
$Re_1$	70,1	79,77	3,77	76,87	29,279
$Pr_1$	16,71	6,74	195,54	8,73	20,36
$Pe_1$	1171,3	537,65	737,18	671	596,12
$Sc_1$				739,73	3379,7
$Gr_{M,l}$	-4858	1292	-9103		
$Gr_T$	866 000				

constituant, avec les résultats de Yan [6]. Cette comparaison concerne l'eau avec un débit à l'entrée du canal  $\Gamma_0^* = 0,02 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ . Le nombre de Reynolds pour l'écoulement de l'air à 50% d'humidité relative est  $Re_g = 1000$ . La Fig. 2(a) montre les résultats obtenus pour les nombres de Nusselt local en fonction de l'abscisse  $x$ . On constate un bon accord entre nos résultats et ceux de Yan [6] puisque l'écart relatif est inférieur à 6%. Dans le cas des trois densités de flux thermique imposées à la paroi, les transferts sont importants à l'entrée des deux plaques planes et sont inversement proportionnels aux flux imposés pour une même distance  $x$ . Cette tendance s'inverse à partir d'une distance  $x$  de l'ordre de 0,05. Dans le cas de l'eau, les transferts thermiques qui se produisent à l'interface liquide-gaz se font essentiellement par mode latent et dépendent de la température à la surface et du débit liquide évaporé. Sur la Fig. 2(b), on retrouve le même écart que précédemment pour la comparaison des températures d'interface en fonction de l'abscisse longitudinale. Dans ce cas on a  $q_1^* = 1000 \text{ W m}^{-2}$ .

### 5.3. Influence de la prise en compte de l'épaisseur du film liquide et des transferts en son sein

Sur les Figs 3–6, nous présentons une comparaison entre les résultats prédits par notre modèle de calcul avec ceux du même modèle simplifié qui ne tient pas compte de l'épaisseur du film liquide et des transferts en son sein. Le film liquide est formé par l'un des deux mélanges constitué de 50% de chaque produit.

La Fig. 3 montre l'évolution de la vitesse longitudinale adimensionnelle en fonction de la distance transversale adimensionnelle à différentes sections des deux plaques planes. Pour les deux mélanges et pour les deux modèles on constate que l'évolution du profil des vitesses dans le gaz tend progressivement vers un profil en apparence parabolique, qui est en réalité dissymétrique. La vitesse maximum qui se trouve décalée vers la droite du graphe, c'est-à-dire vers la paroi sèche, est beaucoup plus importante dans les cas prévus par le modèle simplifié. La dissymétrie est aussi amplifiée. Ce résultat a déjà été constaté par Yan [6] pour un film liquide pur. Cela est

en effet dû à la surestimation de la vitesse d'évaporation à la paroi quand on néglige l'épaisseur du film. Dans le liquide on peut constater que la vitesse longitudinale ne varie que très peu en fonction de la position de la section de calcul. L'hypothèse faite sur les faibles variations de la vitesse dans le liquide en fonction de  $x$ , et souvent utilisée est donc justifiée. Au niveau de l'interface, on peut voir que la vitesse du liquide dans une même section est plus importante pour le mélange eau-éthanol. La différence de nombre de Reynolds des écoulements liquides des deux mélanges peut expliquer cet écart (Tableau 3).

Sur la Fig. 4 on peut encore constater la surestimation de la température et du gradient de température à l'interface liquide-gaz quand le modèle est simplifié. La température évolue linéairement dans le film de liquide avec une pente égale aux flux imposés. Elle reste néanmoins toujours supérieure dans le mélange éthylène glycol-eau du fait de la valeur du nombre de Peclet (Tableau 3).

La Fig. 5 représente l'évolution de la fraction massique adimensionnelle dans le gaz pour plusieurs sections des deux plaques planes. Les prévisions passent du simple au double pour le mélange eau-éthanol suivant le modèle retenu. Pour le mélange eau-éthylène glycol les valeurs sont multipliées par quatre quand on néglige l'épaisseur du film liquide. Ces résultats sont directement liés à la surestimation de la température à la paroi.

L'évolution de la fraction massique dans la phase liquide est montrée sur la Fig. 6. Pour le mélange eau-éthylène glycol, le composant le moins volatile c'est-à-dire l'éthylène glycol voit sa fraction massique passer de 50% à environ 52% à l'interface liquide-gaz après une distance d'évaporation de 1 m ( $x = 0,06$ ). Pour l'autre mélange du fait de la faible différence de volatilité entre l'eau et l'éthanol, la concentration de l'éthanol passe de 50% à près de 49,4%.

### 5.4. Etude paramétrique

Dans cette dernière partie de l'étude, on s'intéresse à l'influence de paramètres tels que, le débit d'entrée du liquide, la densité surfacique du flux thermique imposée

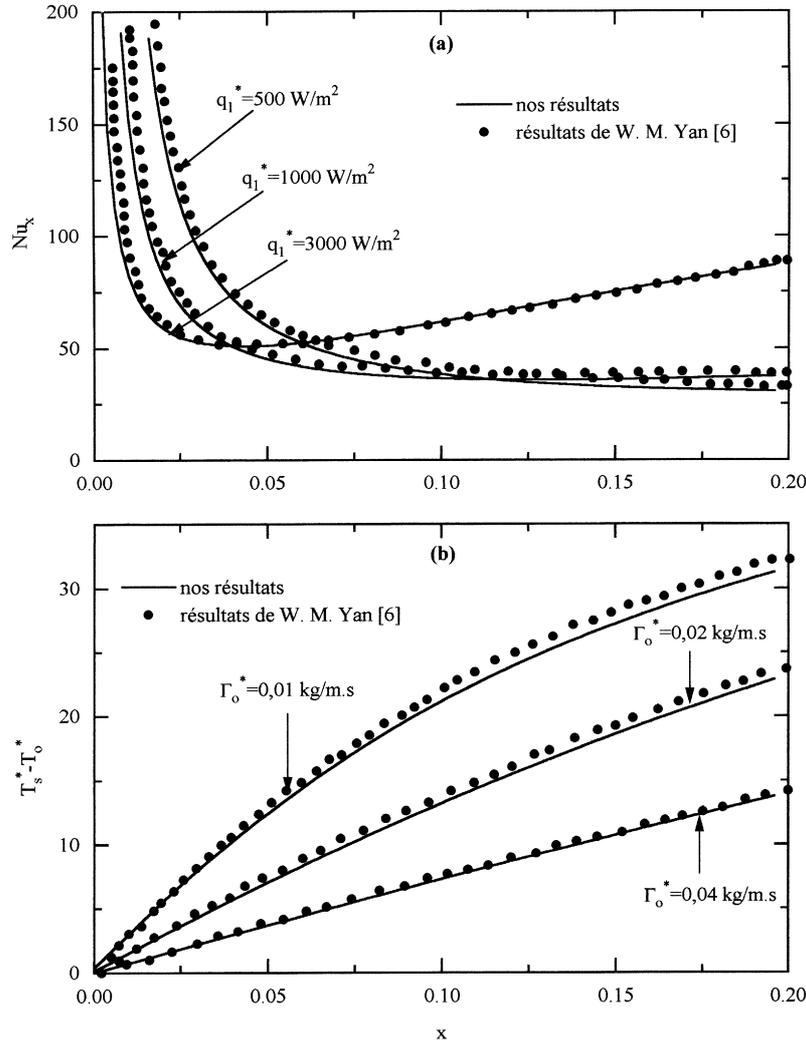


Fig. 2. Comparaison de nos résultats avec ceux de Yan [6] pour un film d'eau pure: (a) évolution du nombre de Nusselt local; (b) accroissement de la température à l'interface liquide-gaz en fonction de la longueur adimensionnelle des deux plaques planes.

à la paroi chauffée et la composition initiale du mélange liquide sur l'évolution de la température de la paroi le long des deux plaques planes et sur le taux d'évaporation total cumulé du mélange  $Mr$  ou sur le taux  $Mr_e$  qui correspond au taux d'évaporation total cumulé en eau.  $Mr$  et  $Mr_e$  ont pour expressions:

$$Mr = \frac{\int_0^x \dot{m} dx}{\Gamma_0} \tag{34}$$

$$Mr_e = \frac{\int_0^x \dot{m}_e dx}{\Gamma_0} \tag{35}$$

En conservant les conditions standard de simulation ( $Re_g = 500$ ,  $e^* = 0,015 m$ ,  $q_2^* = 0$ ,  $T_{g,0}^* = 20^\circ C$ ), nous montrons l'influence du débit initial de liquide sur l'évolution de la température de paroi (Fig. 7) et sur le taux d'évaporation total cumulé (Fig. 8).

L'efficacité du mélange eau-éthanol par rapport à l'autre mélange, pour refroidir la paroi chauffée, est évidente. Dans le deux cas de mélange, l'augmentation du débit contribue à mieux refroidir la paroi. Négliger la présence du film quand le débit est très faible peut être une bonne approximation si l'on cherche à déterminer la température en bout des deux plaques planes ( $\Gamma_0^* = 0,004 \text{ kg s}^{-1} \text{ m}^{-1}$ ) pour le mélange eau-éthanol. Cela n'est plus acceptable pour le mélange eau-éthylène glycol, car la

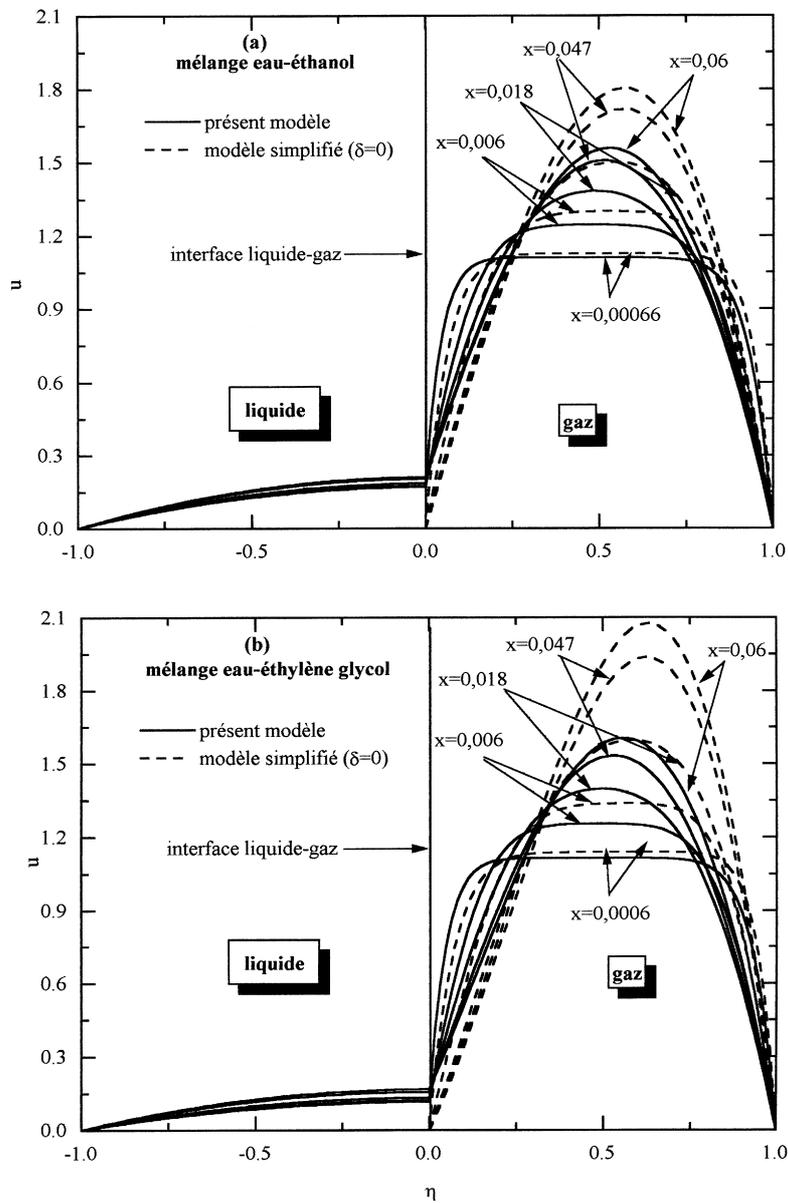


Fig. 3. Evolution du profil des vitesses adimensionnelles dans le liquide et dans le gaz pour différentes sections des deux plaques planes. Influence de la prise en compte du film pour les deux mélanges étudiés.

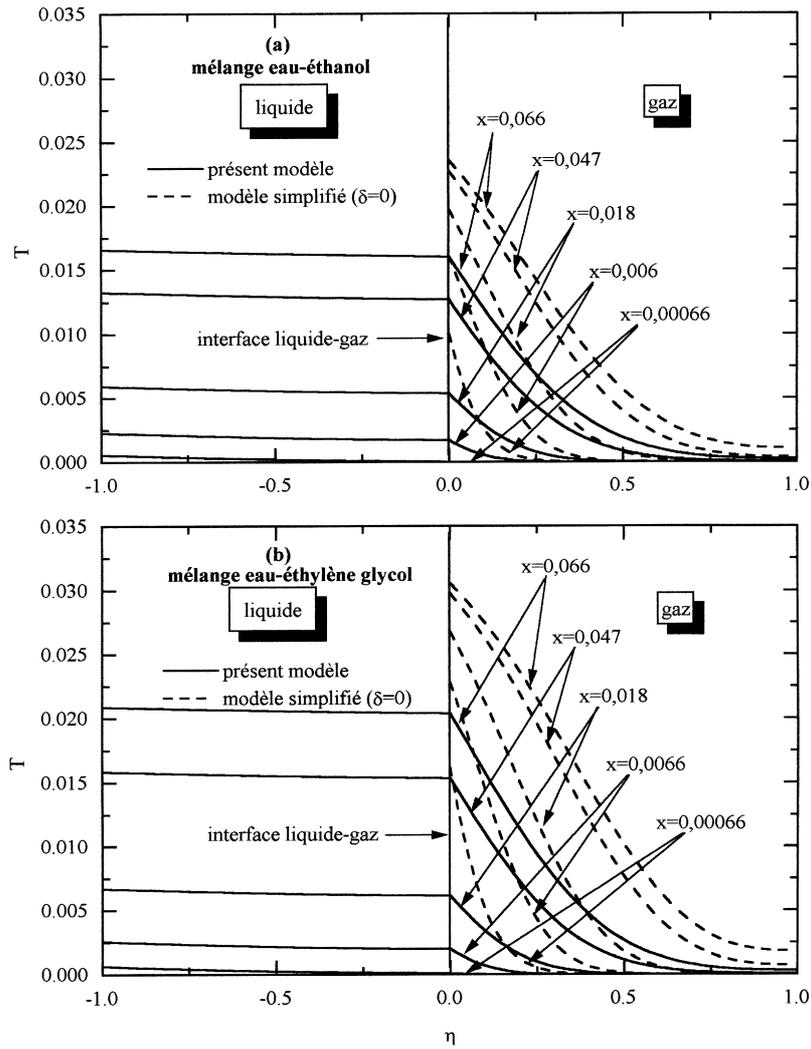


Fig. 4. Evolution du profil des températures adimensionnelles dans le liquide et dans le gaz pour différentes sections des deux plaques planes. Influence de la prise en compte du film pour les deux mélanges étudiés.

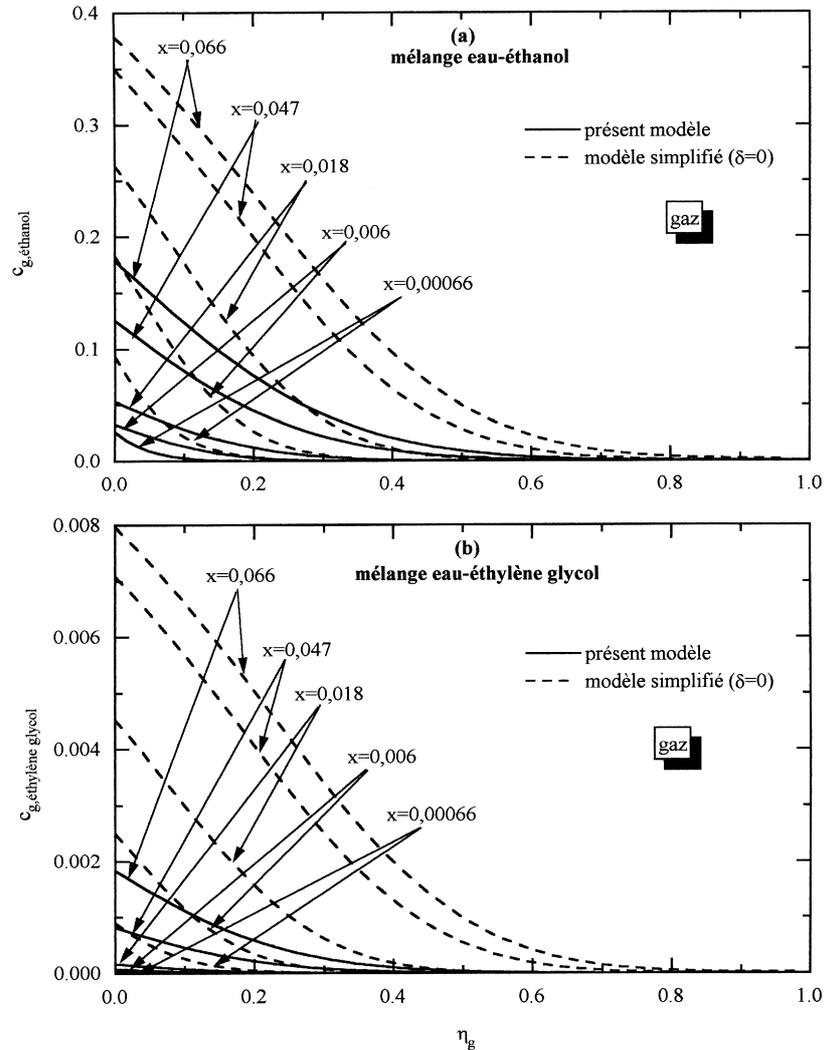


Fig. 5. Evolution du profil des fractions massiques adimensionnelles dans le gaz pour différentes sections des deux plaques planes. Influence de la prise en compte du film pour les deux mélanges étudiés.

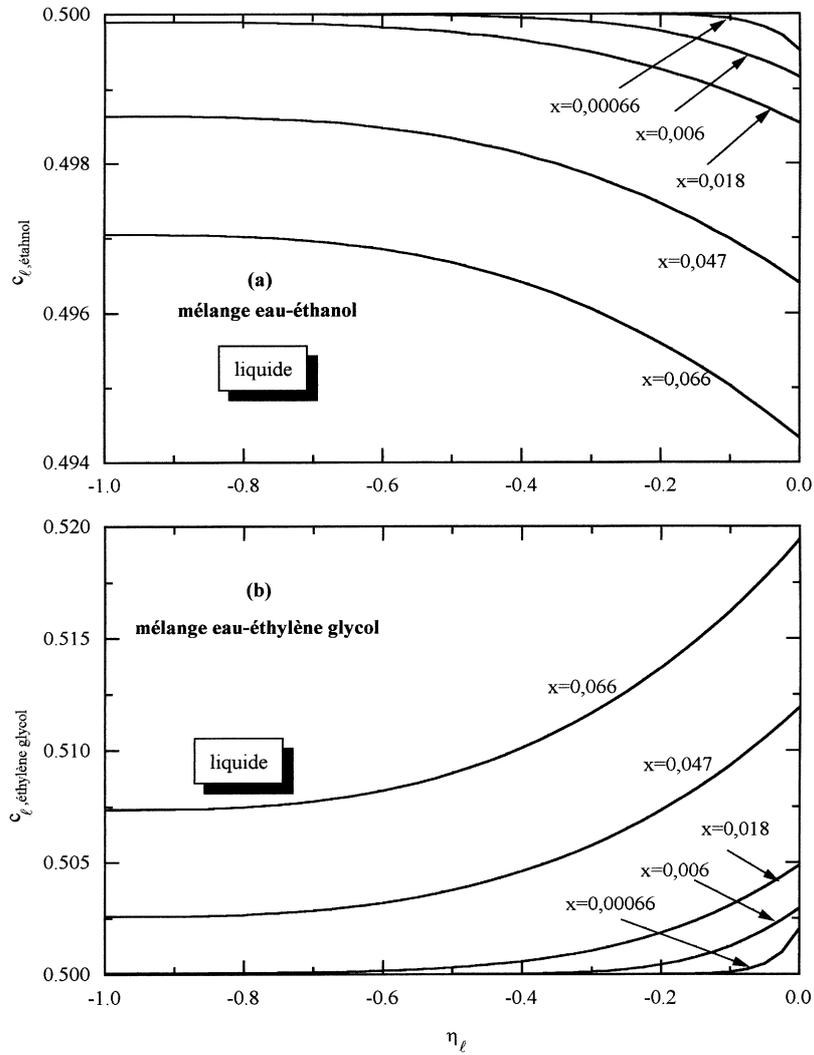


Fig. 6. Evolution du profil des fractions massiques adimensionnelles dans le film liquide pour différentes sections des deux plaques planes. Influence de la nature de mélange étudié.

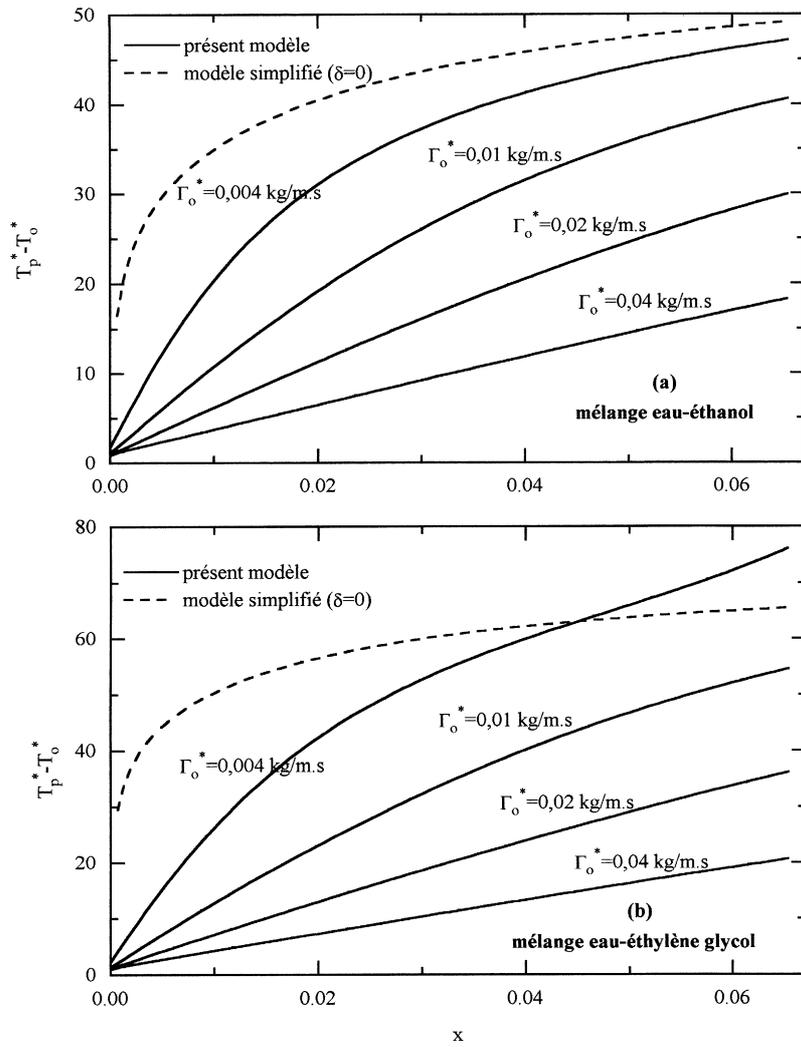


Fig. 7. Evolution de l'accroissement de la température dimensionnelle de la paroi en fonction de la longueur adimensionnelle des deux plaques planes. Influence du débit d'entrée pour les deux mélanges étudiés.

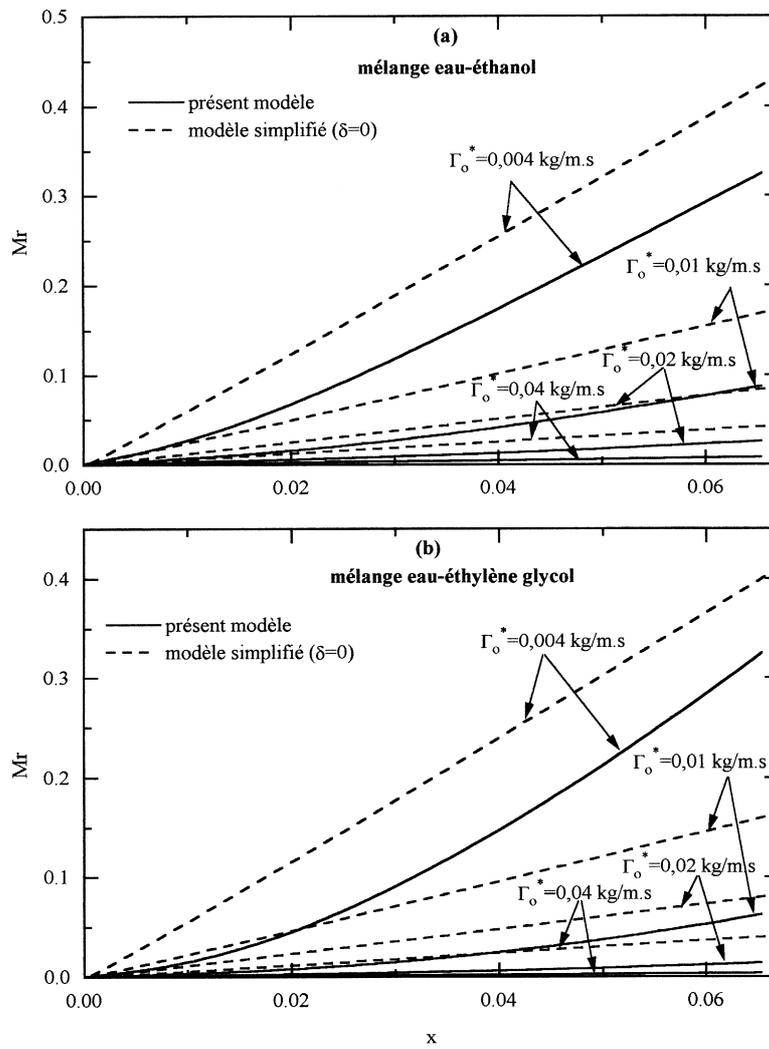


Fig. 8. Evolution du taux d'évaporation total cumulé en fonction de la longueur adimensionnelle des deux plaques planes. Influence du débit liquide d'entrée pour les deux mélanges étudiés.

température de la paroi peut être supérieure à celle prévue par le modèle simplifié (Fig. 7(b)). En effet, ce modèle ne tient pas compte de la variation de la composition de mélange le long de la paroi et de la variation de la fraction massique de chaque composant dans une même section des deux plaques planes.

L'influence du débit initial sur le taux d'évaporation total cumulé est analogue pour les deux mélanges (Fig. 8). Le taux augmente quand le débit de liquide à l'entrée des deux plaques planes est faible. Le taux prévu par le modèle simplifié dans le cas du mélange eau-éthylène glycol peut être entaché de plus de 1000% d'erreur pour un débit initiale de  $0,04 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ . Pour effectuer ces comparaisons, le débit évaporé total cumulé par les deux

modèles est rapporté au débit initial choisi pour la comparaison. En outre, on peut remarquer que l'évolution de ce taux en fonction de  $x$  est quasi-linéaire pour le modèle simplifié.

Les Figs 9 et 10 illustrent l'influence de la densité surfacique du flux thermique imposée sur la paroi mouillée.

Pour le débit et la longueur des deux plaques considérés ( $\Gamma_0^* = 0,02 \text{ kg s}^{-1} \text{ m}^{-1}$ ,  $1 \text{ m}$ ), l'accroissement de la température est faible pour  $q_1^* = 1000 \text{ W m}^{-2}$ . Cet écart croît quasi-linéairement avec le flux thermique. Les prévisions du modèle simplifié sont inacceptables dans tous les cas, sauf éventuellement en bout des deux plaques planes quand le flux de chaleur est élevé.

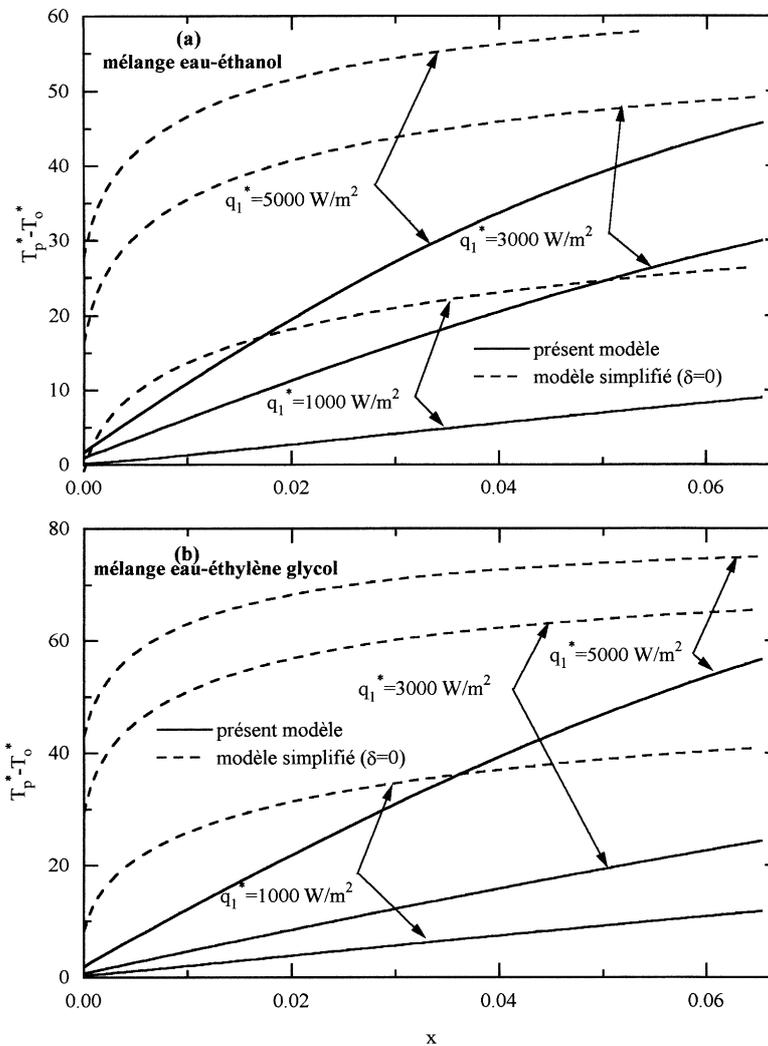


Fig. 9. Evolution de l'accroissement de la température dimensionnelle de la paroi en fonction de la longueur adimensionnelle des deux plaques planes. Influence de la densité surfacique du flux thermique imposée à la paroi pour les deux mélanges étudiés.

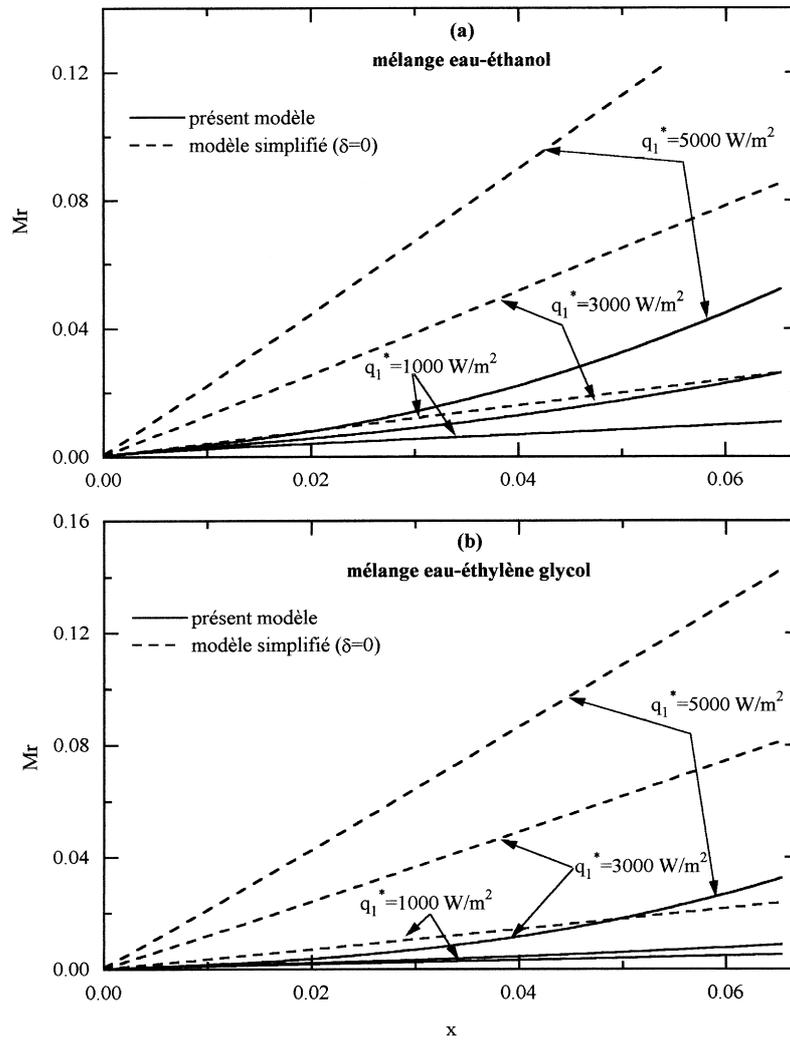


Fig. 10. Evolution du taux d'évaporation total cumulé en fonction de la longueur adimensionnelle des deux plaques planes. Influence de la densité surfacique du flux thermique imposée à la paroi pour les deux mélanges étudiés.

La surestimation du taux d'évaporation total cumulé quand on néglige le film peut être constatée sur la Fig. 10. Le taux croît avec le flux de chaleur pour les deux mélanges. La quantité total de mélange évaporée est plus importante dans le cas du mélange eau-éthanol quand on considère la présence du film.

A l'aide des Figs 11 et 12, nous pouvons analyser l'influence de la composition des deux mélanges sur les taux d'évaporation  $Mr$  et  $Mr_e$  dans les conditions standard.

Pour le mélange eau-éthanol (Fig. 11(a)), les variations du taux évaporé  $Mr$  sont prévisibles du fait que l'éthanol est plus volatil que l'eau. Plus la concentration

en éthanol augmente plus le taux évaporé total cumulé augmente. Par contre, pour le mélange eau-éthylène glycol, ce taux peut dépasser celui de l'eau pure qui est beaucoup plus volatile que l'éthylène glycol (Fig. 11(b)). Ce résultat singulier dépend de toute évidence de la longueur des deux plaques et de la concentration en éthylène glycol.

La Fig. 12(b) montre que le mélange évaporé est constitué essentiellement d'eau et que seule la présence de l'éthylène glycol permet d'évaporer, pour le mélange, plus d'eau que si le film était formé d'eau pure. Ainsi  $Mr_e$  augmente avec la concentration en éthylène glycol et peut diminuer à partir d'un certain seuil.

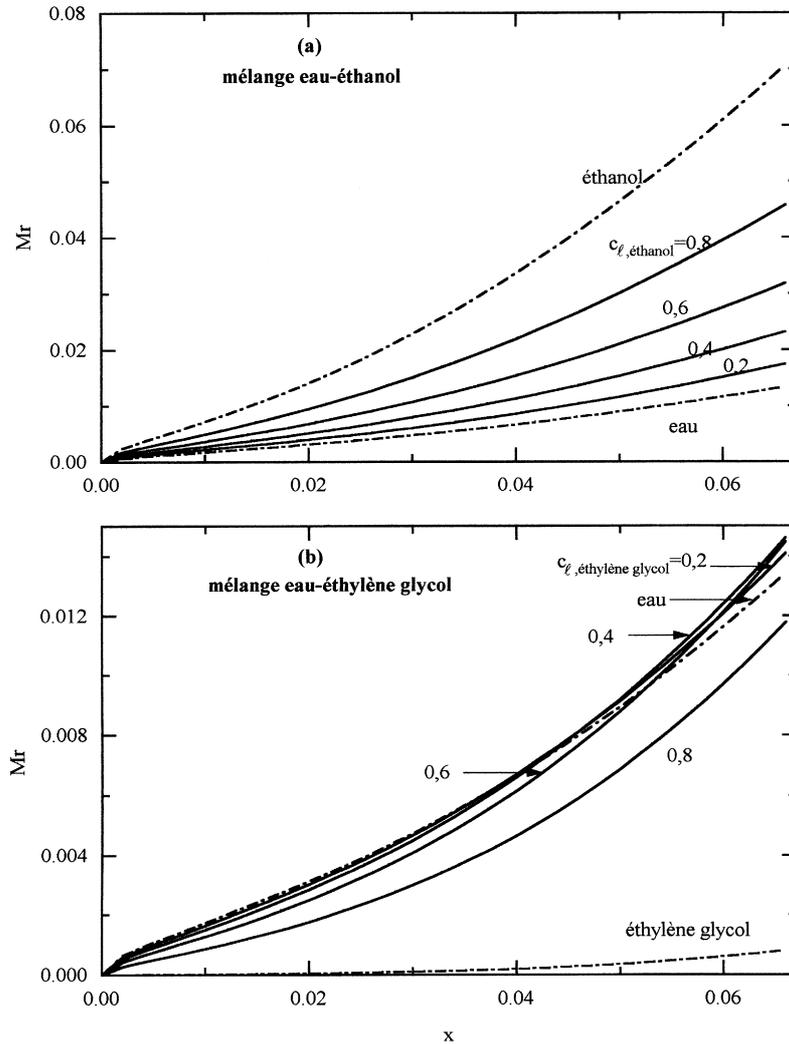


Fig. 11. Evolution du taux d'évaporation total cumulé en fonction de la longueur adimensionnelle des deux plaques planes. Influence de la composition du film à l'entrée pour les deux mélanges étudiés.

## 6. Conclusion

Le but de ce travail est d'analyser l'influence d'un film mince de liquide, formé d'un mélange binaire, sur les transferts d'impulsion, de chaleur et de masse entre deux plaques planes.

Pour ce faire nous avons envisagé le cas de deux plaques parallèles et verticales dont l'une est mouillée et chauffée, l'autre isolée thermiquement (adiabatique). La modélisation de ces transferts en convection mixte, après avoir procédé à des changements de variables qui permettent une étude plus générale et une localisation précise de l'interface liquide-gaz, conduit à l'écriture des équations adimensionnelles.

Le système d'équations couplées associé aux conditions aux limites est résolu après discrétisation du problème à l'aide d'une méthode aux différences finies. Les systèmes d'équations linéarisées sont résolus à l'aide des algorithmes de Thomas ou Gauss. La vérification des bilans massiques et thermiques ainsi que la convergence des systèmes sont obtenues par une méthode itérative avec sous relaxation à chaque section des deux plaques planes pour les vitesses, températures et fractions massiques. Le maillage régulier suivant les directions transversale et longitudinale retenu dans le liquide et le gaz résulte d'une étude particulière de son influence sur les variations des valeurs du nombre de Nusselt local. Pour les comparaisons avec le modèle simplifié (film liquide négligé) le

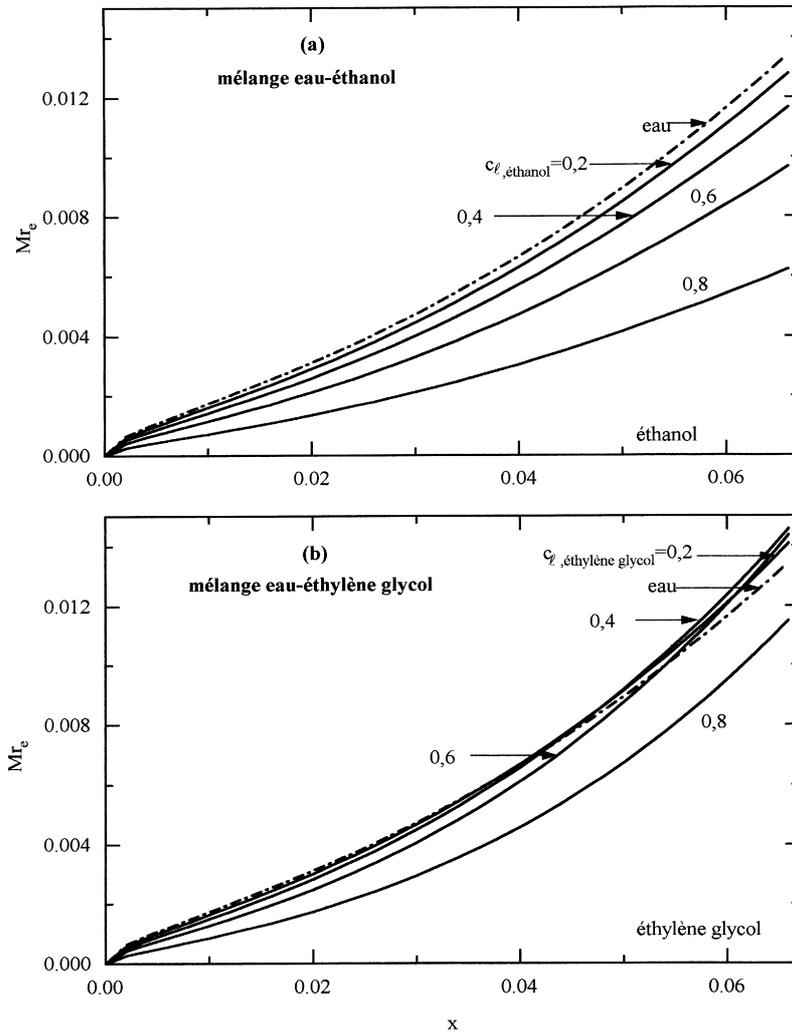


Fig. 12. Evolution du taux d'évaporation d'eau cumulé en fonction de la longueur adimensionnelle des deux plaques planes. Influence de la composition du film à l'entrée pour les deux mélanges étudiés.

maillage dans le gaz est changé en un maillage à pas variable afin d'éviter la dégénérescence du calcul.

Le programme du calcul est calé par une comparaison avec les résultats numériques de Yan [6] dans le cas d'un liquide à un seul constituant.

Les applications choisies pour l'analyse détaillée en présence d'un liquide à deux constituants, concernent deux mélanges: l'eau et l'éthanol, puis l'eau et l'éthylène glycol dans le cas de deux plaques planes et verticales. Les conclusions les plus significatives sont les suivantes:

(1) l'influence de la prise en compte de l'épaisseur du film liquide, de son écoulement et des transferts de chaleur et de masse en son sein est importante. Cela est vrai, même pour des débits initiaux de liquide

binaire très faibles. Les résultats obtenus en négligeant le film peuvent être entachés de plus de 1000% d'erreur pour les débits évaporés (cas le plus défavorable). En outre, le calcul simplifié ne constitue pas une limite supérieure quand on analyse l'évolution de la température de la paroi par exemple en diminuant le débit d'entrée de liquide. La température prévue par le modèle complet dépasse celle du modèle simplifié. C'est le cas pour le mélange éthylène glycol-eau;

(2) l'étude paramétrique montre que le mélange eau-éthanol est plus efficace pour le refroidissement des parois. Pour ce mélange, le taux évaporé total cumulé le long des deux plaques planes augmente avec la concentration en éthanol. Ce taux tend vers la valeur

obtenue pour l'éthanol pur. Cette conclusion n'est plus vraie pour le mélange eau-éthylène glycol. En effet ce taux peut dépasser celui du constituant le plus volatil c'est-à-dire l'eau pure. Ce résultat singulier dépend de la longueur des deux plaques et de la concentration en éthylène glycol du mélange initial. L'analyse détaillée montre que le mélange évaporé est constitué essentiellement d'eau. La présence de l'éthylène glycol permet d'évaporer plus d'eau que si le film était formé d'eau pure;

- (3) les deux mélanges se comportent en général très différemment d'un point de vue des transferts thermique et massique. Cela suggère qu'il faut procéder à une étude paramétrique pour chaque mélange envisagé pour une application.

## References

- [1] K.R. Chun, R.A. Seban, Heat transfer to evaporating liquid films, *J. Heat Transfer* 93 (1971) 391–396.
- [2] W.M. Yan, T.F. Lin, Combined heat and mass transfer in natural convection between vertical parallel plates with film evaporation, *Int. J. Heat Mass Transfer* 33 (1990) 529–541.
- [3] Y.L. Tsay, T.F. Lin, W.M. Yan, Cooling of a falling liquid film through interfacial heat and mass transfer, *Int. J. Multiphase Flow* 16 (1990) 853–865.
- [4] W.M. Yan, T.F. Lin, Y.L. Tsay, Evaporative cooling of liquid film through interfacial heat and mass transfer in a vertical channel—I. Experimental study, *Int. J. Heat Mass Transfer* 34 (1991) 1105–1111.
- [5] W.M. Yan, T.F. Lin, Y.L. Tsay, Evaporative cooling of liquid film through interfacial heat and mass transfer in a vertical channel—II. Numerical study, *Int. J. Heat Mass Transfer* 34 (1991) 1113–1124.
- [6] W.M. Yan, Effects of film evaporation on laminar mixed convection heat and mass transfer in a vertical channel, *Int. J. Heat Mass Transfer* 35 (1992) 3419–3429.
- [7] W.M. Yan, Mixed convection heat and mass transfer in a vertical channel with film evaporation, *Can. J. Chem. Eng.* 68 (1993) 54–62.
- [8] A. Agunaoun, A. Daïf, R. Barriol, M. Daguinet, Evaporation en convection forcée d'un film mince s'écoulant en régime permanent, laminaire et sans onde sur une surface plane inclinée, *Int. J. Heat Mass Transfer* 37 (1994) 2947–2956.
- [9] A. Daïf, A. Agunaoun, M. Grisenti, A. Ildrissi, Etude théorique du refroidissement et de la protection d'une paroi plane inclinée par un film liquide ruisselant en présence d'un écoulement gazeux, *Can. J. Chem. Eng.* 74 (1996) 54–62.
- [10] M. Kaoua, A. Ali Chérif, A. Daïf, M. Daguinet, Contrôle hydrodynamique de l'évaporation d'un film liquide ruisselant sur une paroi isotherme à symétrie de révolution dans un courant d'air humide, *Can. J. Chem. Eng.* 75 (1996).
- [11] W.W. Baumann, F. Thiele, Heat and mass transfer in evaporating two-component liquid film flow, *Int. J. Heat Mass Transfer* 33 (1990) 267–273.
- [12] B.C. Hoke, Jr., J.C. Chen, Mass transfer in evaporating falling liquid film mixtures, *AIChE J.* 38 (1992) 781–787.
- [13] J.W. Palen, Q. Wang, J.C. Chen, Falling film evaporation of binary mixtures, *AIChE J.* 40 (1994) 207–214.
- [14] Q. Wang, Mass transfer effects in falling film evaporation of ternary mixtures, Ph.D., Lehigh University, 1990.
- [15] R.C. Reid, T.K. Sherwood, *The Properties of Gases and Liquids*, McGraw-Hill, New York, 1958.
- [16] VDI Heat Atlas, Verein Deutscher Ingenieure (Ed.), VDI-Gesellschaft Verfahrenstechnik und Chemieingenieurwesen (GVC). [Transl.: J.W. Fullarton.] Düsseldorf: VDI-Verlag, Dal-Da35, 1993.